

Možnosti aplikace Malmquistova indexu ve vzdělávání

Martin Chvál, KDF MFF UK

Anotace

V ekonomii existuje celá řada indexů sledujících vztahy mezi vstupy do systému a výstupy z něj, a snaží se tak popsat efektivitu tohoto systému. Škola a oblast školství patří do veřejného sektoru, který je pro ekonomy z hlediska aplikace řečené efektivity problematický (vztah mezi vstupy, výstupy a cenou je problematický, vstupy a výstupy jsou obtížně měřitelné, maximalizace zisku není dobré kritérium, velká dynamika procesů mezi vstupy a výstupy). Některé z problémů veřejného sektoru (hodnocení vícenásobných vstupů a výstupů bez cenové informace a rozlišení efektivity od změny podmínek) se snaží řešit tzv. Malmquistův index.

Výhoda Malmquistova indexu spočívá v tom, že není nutné převádět vstupy a výstupy na ekvivalent ceny a dále je možno odlišit relativní efektivitu jednotek, např. škol od změn administrativních a jiných podmínek, za kterých svoji efektivitu realizují.

Další předností Malmquistova indexu je možnost zahrnutí kvality do indexu, což je nutným předpokladem použitelnosti pro ekonomy při jeho potenciální aplikaci ve veřejném sektoru.

Někteří autoři využili tento postup pro hodnocení produktivity v dílčích aspektech v oblasti zdravotnictví či hodnocení činnosti kateder na VŠ.

Pro širší použití v oblasti vzdělávání je potřeba odpovídajícím způsobem definovat měřitelnou kvalitu. Některé možnosti jsou nabídnuty v předložené stati. Současně se jedná i o pokus najít společnou řeč s ekonomy, jejichž rozhodnutí stále více ovlivňují podmínky ve vzdělávání, a současně si zachovat pojetí kvality specifické pro oblast vzdělávání, aniž by byla vnucována výhradně ekonomická kritéria.

Úvod

V oblasti správy a řízení veřejného sektoru dochází k přenášení zodpovědnosti na nižší články řízení při zachování financování dominantně ze státního rozpočtu a očekávání naplnění poslání ze strany společnosti. V oblasti školství to znamená, že je přenášena zodpovědnost na regionální a místní úřady a dále na ředitele a učitele škol, přičemž financování se uskutečňuje převážně ze státního rozpočtu a škola je povinna usilovat o dosahování výchovně vzdělávacích cílů formulovaných v Bílé knize, ve „školském zákoně“ a více konkretizovaných v rámcových vzdělávacích programech. V důsledku těchto faktorů vzniká potřeba monitoringu činnosti a výsledků škol ze strany nadřazených orgánů a současně by měla vznikat potřeba monitoringu a evaluace vlastní činnosti ze strany škol ústící v optimalizaci řízení na této úrovni.

O toku finančních prostředků rozhodují politikové za vydatného vlivu ekonomů. Úhel pohledu ekonomů a odborníků z dané oblasti veřejného sektoru na kvalitu je odlišný. Odlišný je i způsob uchopení této kvality. Ekonom mluví jazykem nákladů a výnosů a problém je redukován na definování a měření těchto parametrů. V oblasti školství je pedagogie vnímána kvalita jako relativně obtížně měřitelná charakteristika a k její uchopení jsou hledány různé indikátory, monitorující nejen vstupy a výstupy, ale i podmínky a charakteristiky procesů.

Zdá se, že nalézt společnou řeč je velmi obtížné. Ze strany ekonomů byl učiněn určitý vstřícný krok. V roce 1995 publikovali Färe, Grosskopf a Roos práci o Malmquistově indexu produktivity zahrnující v sobě i kvalitu na příkladu švédských lékáren (více k příkladu viz níže). Malmquistův index nese jméno podle švédského ekonoma a statistika Stena Malmquista (1953), (Dlouhý 2001). Malmquistův index (dále jen MI) se snaží řešit některé problémy veřejného sektoru (hodnocení vícenásobných vstupů a výstupů bez cenové informace a rozlišení efektivity od změny podmínek a nově tedy i zahrnutí kvality specifické pro danou oblast)

Lze toto chápat jako vstřícný krok, kde si ekonomové uvědomují problematičnost veřejného sektoru a nabízejí nástroj k uchopení kvality v této oblasti. Dá se předpokládat, že pokud měřitelné parametry kvality nebudou nabídnuty ze strany pedagogických odborníků, ujmou se tohoto úkolu sami ekonomové a dosadí za ně relativně snadno měřitelné kvantitativní ukazatele typu „počet žáků na učitele“, „počet výběrových předmětů“, atd.

Je tedy rozumné pokusit se Malmquistovu indexu porozumět a případně usilovat o uchopení kvality i takovým způsobem, který je v tomto indexu aplikovatelný.

MI je interpretován jako změna produktivity a lze ho rozdělit na část charakterizující změnu relativní efektivity jednotky a část popisující změnu hranice produkčních možností (tedy vnějších podmínek).

Pojem efektivita se používá v různých významových odstínech a v angličtině mu odpovídá více ekvivalentů (effectiveness, efficiency, efficacy, efficacy, useful effect, ...). V oblasti vzdělávání je tento pojem relativně nový a v češtině je mu nejbližší asi pojem účinnost. U různých autorů se ale právě setkáváme s drobnými významovými rozdíly v chápání pojmů efektivita a účinnost. Často je pojem efektivita používán jako jeden z nejvýznamnějších, ne-li nejvýznamnější znak kvality. Proto se nyní pokusíme ukázat na možná modelová chápání pojmu efektivita.

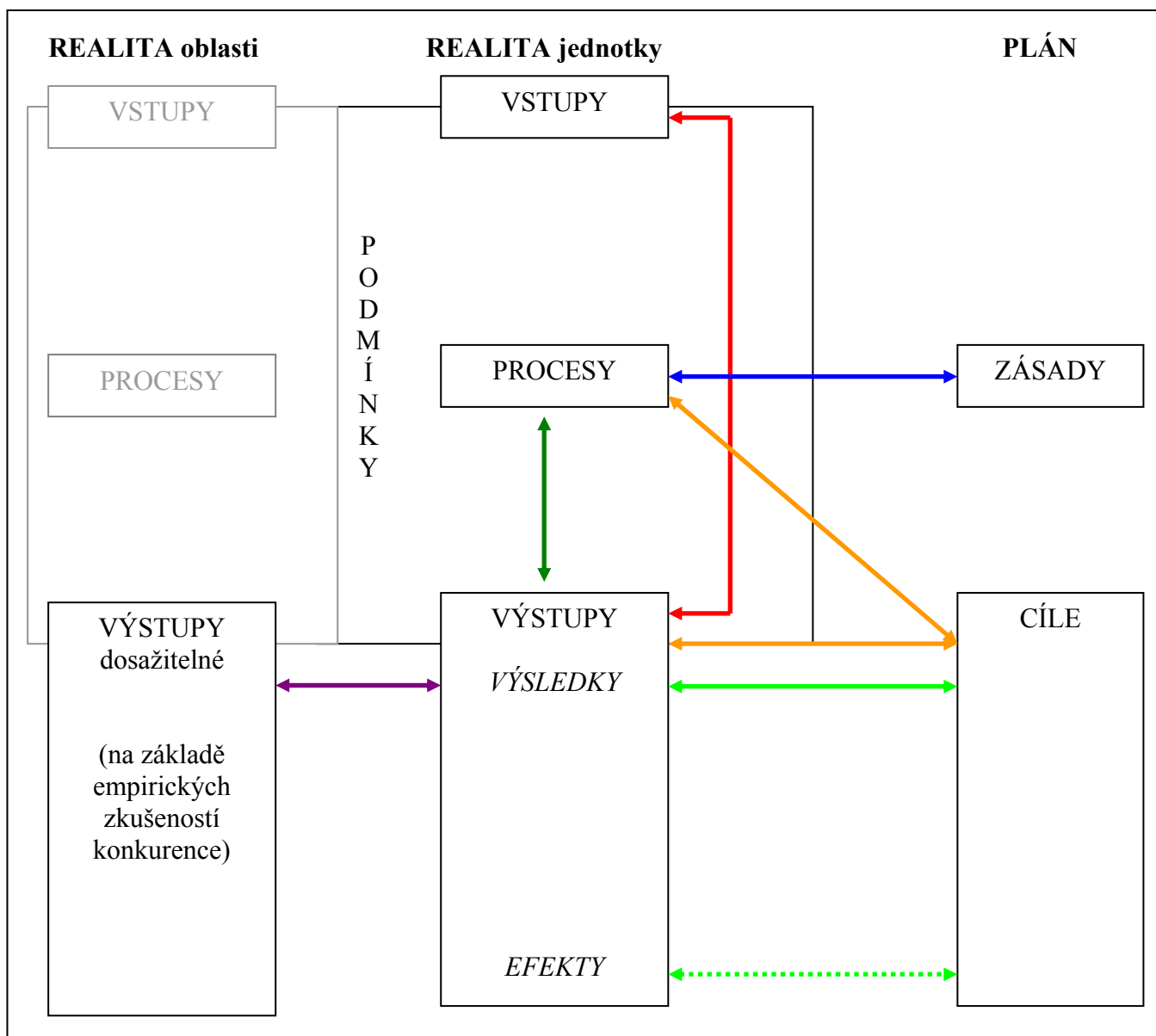
Následovat bude vysvětlení principu MI a ukázky studií s konkrétními výsledky z oblasti zdravotnictví ve Švédsku a v Čechách dokonce z oblasti vysokého školství (Färe at al. 1994, Färe, Grosskopf, Roos 1995, Dlouhý 2001). Na závěr jsou uvedeny možnosti definice vstupů, výstupů a parametrů kvality pro aplikaci MI v oblasti školství.

Modely efektivity

Na základě schématu ukážeme modelové (tedy zjednodušené) typy chápání efektivity. V případě měření různých indikátorů a jejich uvádění do vztahů modely v podstatě odpovídají možným realizacím, v případě interpretace získaných výsledků a souvislostí se více prolíná vliv různých modelů.

Jaký model je dominantní se projevuje jednak v měřených charakteristikách, uváděných vztazích, tak ve výsledné argumentaci.

Schéma možné operacionalizace efektivity



Jednotlivé modely (pojetí) efektivity jsou znázorněny různými barvami vztahů:

- (1) **Vztah mezi vstupy a výstupy** – nejčastější ekonomické pojetí hledající vztah mezi výnosy (výstupy, efekty) a náklady (vstupy). Rovněž brán v úvahu při experimentálních výzkumných plánech (pretest-posttest).
- (2) **Vztah mezi výstupy a procesy** – nejčastější zájem badatelů v pedagogickém výzkumu. Procesy jsou hodnoceny jako efektivní (účinné), pokud vedou k požadovaným výsledkům (formulovaným podle cílů).
- (3) **Vztah mezi zásadami a procesy** – zatím málo zvýrazněný vztah z důvodů dominance cílů. Spíše než o zjištění efektivity se jedná o zjištění kvality procesů jako souladu se zásadami.
- (4) **Vztah mezi cíly a výstupy** – zájem vzdělávací politiky. V rozvinutých systémech hodnocení existuje technika **Score Cardu** pro hodnocení souladu cílů a výsledků.
- (5) **Vztah mezi cíly, výstupy a procesy** – zaostřený pohled odborníků na hodnocení škol. Jedná se o sjednocení variant (2) a (4). Hlavním kritériem pro posuzování procesů i výsledků jsou cíle, zásadám není přiznána váha kritérií. Viz např. rozsáhlé Colemanovy nebo i Mortimorovy (zde v úvahu vstoupil i model 1) výzkumy v USA (Greger, 2004).
- (6) **Vztah mezi skutečnými a dosažitelnými výstupy** – dosud málo zkušeností. Chybí relevantní údaje. V rozvinutých systémech hodnocení existuje technika **Benchmarkingu** pro hodnocení souladu výsledků dané jednotky s konkurencí. Toto pojetí se odráží i v Malmquistově indexu.

Malmquistův index

MI vyjadřuje **změnu produktivity** (výkonnosti) jednotky mezi dvěma časovými obdobími. Produktivita jednotky je dána technologií (vnějšími podmínkami) S a vlastní výkonností (efektivitou – schopností dosahovat co nejlepších výsledků při daných vnějších podmínkách) jednotky.

MI lze rozdělit na dvě složky –

- a) změnu **hranice produkčních možností** P – poměr mezi dosažitelným maximem mezi oběma obdobími. Při jednom výstupu je jím výkonnost nejlepší jednotky v daném období. Při více výstupech je jím vhodně vážený průměr výstupů (váhy se hledají

pomocí lineárního programování DEA Data envelopment analysis). Charakterizuje vnější podmínky a je interpretovatelné jedině z delší časové řady sledování.

- b) **změnu efektivitu** (účinnosti) jednotky. Dáno „odfiltrováním“ vlivu vnějších podmínek. Mělo by odrážet pouze změnu vlastní výkonnosti, jako kdyby vnější podmínky zůstaly stejné.

Nově je do MI zahrnuta i kvalita, jako oddělená charakteristika výkonnosti a v modelu je zahrnuta mezi výstupy.

Jazyk, kterým je MI interpretován odpovídá oblasti, pro kterou byl asi původně vytvořen. Jedná se o oblast technické výroby. Ačkoliv jeho výhoda je v tom, že ho lze za určitých předpokladů a v jistých modifikacích používat i v oblasti veřejného sektoru, autoři, kteří tak činí, zachovávají původní označování proměnných souvisejících s MI. V následujícím textu se budu držet tohoto jazyka z oblasti výroby a v závorkách bude občas uveden možný příklad a interpretace z oblasti školství.

Předpokládejme, že máme změřeny vstupy x , výstupy y a parametry kvality a u K produkčních jednotek (škol) v časové období t . Tato měření jsou prováděna v po sobě jdoucích časových periodách $t = 1, 2, \dots, T$. Každé období t je charakterizováno určitou technologií S^t (vnější podmínky fungování škol společné všem uvažovaným – např. legislativní), která je v dané období pro všechny produkční jednotky stejná.

Zavedme funkci $D^t(x^t, y^t, a^t)$, která bude charakterizovat **efektivitu** dané produkční jednotky (školy) v čase t . Této funkci se rovněž říká funkce vzdálenosti. Charakterizuje totiž vzdálenost mezi realitou určité jednotky (x^t, y^t, a^t) a dosažitelným maximem v rámci dané technologie S^t .

Pro tuto funkci platí

$$0 \leq D^t(x^t, y^t, a^t) \leq 1 \quad (1)$$

$D^t(x^t, y^t, a^t) = 1$ pro efektivní jednotky pohybující se na hranici produkčních možností v rámci dané technologie. Hranice produkčních možností je odhadována na základě (x^t, y^t, a^t) u nejefektivnějších jednotek. MI počítá i s odhady funkce pro určité parametry (x^t, y^t, a^t) i v rámci jiné technologie (např. v čase $t+1$). V takovém případě se může stát

$$D^{t+1}(x^t, y^t, a^t) > 1 \quad (2)$$

tj. daná jednotka dosáhla v daném období lepších výsledků, než by to dovolovala technologie v období následujícím.

Funkci $D^t(x^t, y^t, a^t)$ lze hledat na základě dvou odlišných modelů

- a) výstupově orientovaný – hranice produkčních možností je hledána jako maximalizace výstupu při daných vstupech. Označováno $D^t_o(x^t, y^t, a^t)$
- b) vstupově orientovaný – hranice produkčních možností je hledána jako minimalizace vstupů při daných výstupech. Označováno $D^t_i(x^t, y^t, a^t)$

Kvantitativně výsledky vycházejí mírně odlišně. Pokud jde o kvalitativní interpretaci výsledků, jsou v podstatě totožné. Nejprve zavedme technologii S^t jako množinu možných vstupů, výstupů a parametrů kvality.

$$S^t = \left\{ (x^t, y^t, a^t : x^t \text{ může produkovat } y^t, a^t) \right\} \quad (3)$$

pak v případě výstupově orientovaného modelu

$$D^t_o(x^t, y^t) = \inf \left\{ \theta : (x^t, \frac{y^t}{\theta}, \frac{a^t}{\theta}) \in S^t \right\} \quad (4)$$

v případě vstupově orientovaného modelu

$$D^t_i(x^t, y^t) = \sup \left\{ v : (\frac{x^t}{v}, y^t, a^t) \in S^t \right\} \quad (5)$$

Nyní již můžeme zavést **Malmquistův index změny produktivity** mezi dvěma obdobími t a $t+1$.

$$M^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}, a^{t+1}, x^t, y^t, a^t) = \sqrt{\frac{D^t(x^{t+1}, y^{t+1}, a^{t+1})}{D^t(x^t, y^t, a^t)} * \frac{D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}, a^{t+1})}{D^{t+1}(x^t, y^t, a^t)}} \quad (6)$$

Význam indexu ilustrujeme na příkladu výstupově orientovaného modelu s jedním vstupem, jedním výstupem a bez zahrnutí kvality. V tomto případě lze hranici produkčních možností znázornit jako křivku závislosti mezi vstupy x a výstupy y .

Potom platí (viz graf č. 1)

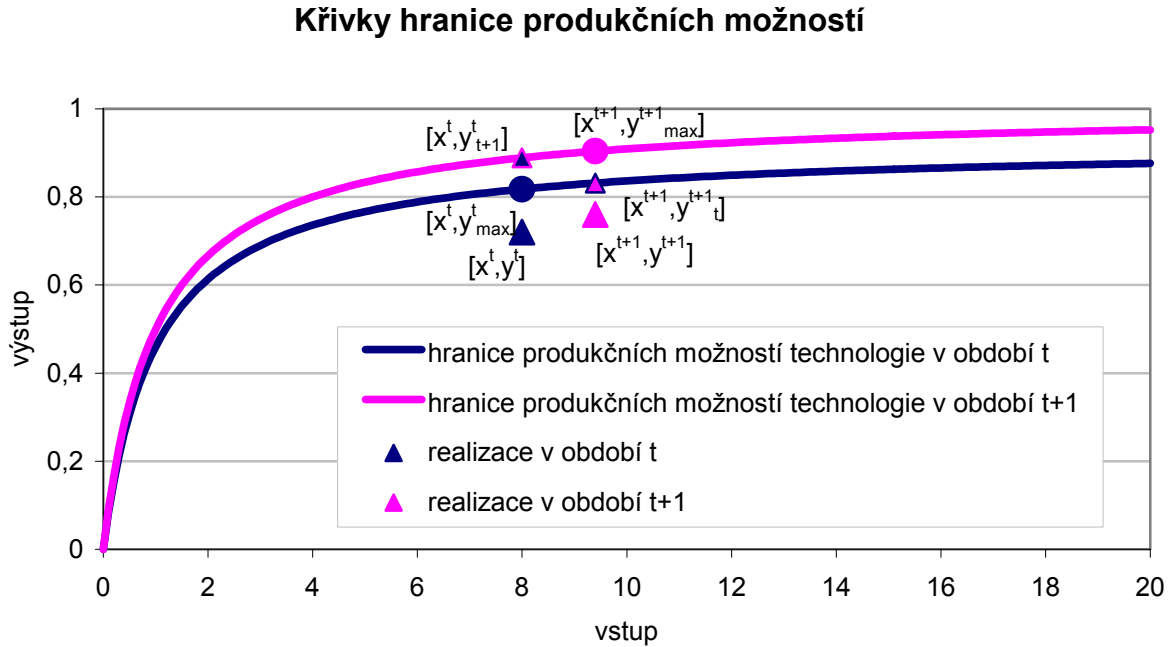
$$D^t_o(x^t, y^t) = \frac{y^t}{y^t_{\max}} \quad (7)$$

$$D^{t+1}_o(x^{t+1}, y^{t+1}) = \frac{y^{t+1}}{y^{t+1}_{\max}} \quad (8)$$

$$D^t_o(x^{t+1}, y^{t+1}) = \frac{y^{t+1}}{y^{t+1}_t} \quad (9)$$

$$D_o^{t+1}(x^t, y^t) = \frac{y^t}{y_{t+1}^t} \quad (10)$$

Graf č. 1



Stěžejním problémem je nalézt hranici produkčních možností (v tomto jednoduchém případě křivku závislosti y_{max} na x). K tomu se užívá metod lineárního programování typu Data Envelopment Analysis s následujícím zadáním:

Nechť N je počet vstupů, M počet výstupů, J počet parametrů kvality, K počet jednotek (škol), T počet sledovaných časových období.

Potom dosažitelné výsledky v období t lze zapsat jako

$$S^t = \left\{ (x^t, y^t, a^t : \sum_{k=1}^K \lambda^{k,t} x_n^{k,t} \leq x_n^t, \quad n = 1, \dots, N, \right. \\ \sum_{k=1}^K \lambda^{k,t} y_m^{k,t} \geq y_m^t, \quad m = 1, \dots, M, \\ \sum_{k=1}^K \lambda^{k,t} a_j^{k,t} \geq a_j^t, \quad j = 1, \dots, J, \\ \left. \sum_{k=1}^K \lambda^{k,t} \leq 1, \lambda^{k,t} \geq 0 \quad k = 1, \dots, K \right\} \quad (11)$$

Nalezení funkce $D_o^t(x^{l,t}, y^{l,t}, a^{l,t})$ pro konkrétní jednotku l lze převést na následující programový problém:

$$D_o^t(x^{l,t}, y^{l,t}, a^{l,t}) = \min_{\theta, \lambda} \theta$$

tak, že musí být splněny následující podmínky

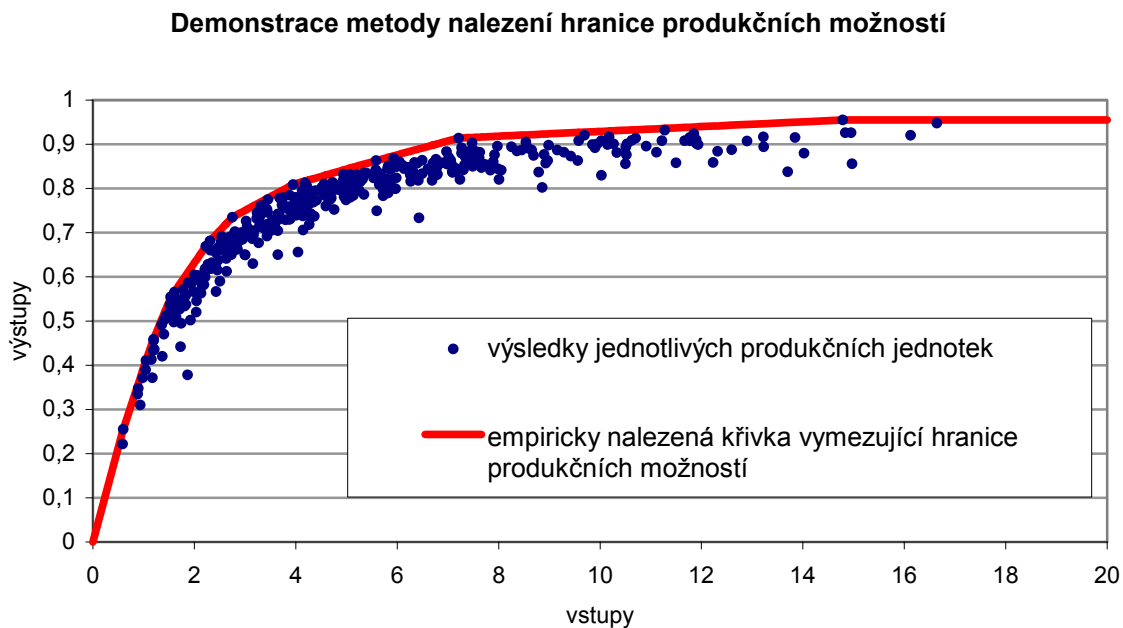
$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^K \lambda^{k,t} x_n^{k,t} &\leq x_n^{l,t}, \quad n=1, \dots, N, \\ \sum_{k=1}^K \lambda^{k,t} y_m^{k,t} &\geq \frac{y_m^{l,t}}{\theta}, \quad m=1, \dots, M, \\ \sum_{k=1}^K \lambda^{k,t} a_j^{k,t} &\geq \frac{a_j^{l,t}}{\theta}, \quad j=1, \dots, J, \\ \sum_{k=1}^K \lambda^{k,t} &\leq 1, \lambda^{k,t} \geq 0 \quad k=1, \dots, K \end{aligned} \quad (12)$$

kteřé jsou pro účely programování v DEA (Data Envelopment Analysis) transformovány do podoby

$$\begin{aligned} \frac{1}{D_o^t(x^{l,t}, y^{l,t}, a^{l,t})} &= \max_{\varphi, \lambda} \varphi \\ \sum_{k=1}^K \lambda^{k,t} x_n^{k,t} &\leq x_n^{l,t}, \quad n=1, \dots, N, \\ \varphi y_m^{l,t} - \sum_{k=1}^K \lambda^{k,t} y_m^{k,t} &\leq 0, \quad m=1, \dots, M, \\ \varphi a_j^{l,t} - \sum_{k=1}^K \lambda^{k,t} a_j^{k,t} &\leq 0, \quad j=1, \dots, J, \\ \sum_{k=1}^K \lambda^{k,t} &\leq 1, \lambda^{k,t} \geq 0 \quad k=1, \dots, K \end{aligned} \quad (13)$$

V našem zjednodušeném příkladě by výsledkem byla obalová křivka (viz graf č. 2)

Graf č. 2



MI lze rozdělit do tvaru

$$M^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}, a^{t+1}, x^t, y^t, a^t) = Q^{t+1} \sqrt{\frac{D^t(x^{t+1}, y^{t+1}, a^{t+1})}{D^t(x^t, y^t, a^{t+1})} * \frac{D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}, a^t)}{D^{t+1}(x^t, y^t, a^t)}} \quad (14)$$

kde

$$Q^{t+1} = \sqrt{\frac{D^t(x^t, y^t, a^{t+1})}{D^t(x^t, y^t, a^t)} * \frac{D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}, a^{t+1})}{D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}, a^t)}} \quad (15)$$

vyjadřuje **změnu kvality**.

Za určitých předpokladů lze oddělit kvalitu od produkčního procesu a lze funkci efektivity psát ve tvaru

$$D^t(x^t, y^t, a^t) = A^t(a^t)D^t(x^t, y^t) \quad (16)$$

tzn. lze to tehdy, kdy můžeme předpokládat lineární závislost celkové efektivity na kvalitě.

V tomto případě přechází změna kvality na tvar

$$Q^{t+1} = \sqrt{\frac{A^t(a^{t+1})}{A^t(a^t)} * \frac{A^{t+1}(a^{t+1})}{A^{t+1}(a^t)}} \quad (17)$$

a MI lze dále upravit do tvaru

$$M^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}, a^{t+1}, x^t, y^t, a^t) = Q^{t+1} * E^{t+1} * P^{t+1} \quad (18)$$

$$E^{t+1} = \frac{D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D^t(x^t, y^t)} \quad (19)$$

$$P^{t+1} = \sqrt{\frac{D^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} * \frac{D^t(x^t, y^t)}{D^{t+1}(x^t, y^t)}} \quad (20)$$

kde E lze interpretovat jako **změnu relativní efektivity** jednotky a P jako **změnu hranice produkčních možností**. Na základě výše uvedeného zjednodušeného příkladu totiž platí, že

$$E^{t+1} = \frac{\frac{y^{t+1}}{y_{\max}^{t+1}}}{\frac{y^t}{y_{\max}^t}} \quad (21)$$

$$P^{t+1} = \sqrt{\frac{y_{t+1}^t * y_{\max}^{t+1}}{y_{\max}^t * y_t^{t+1}}} \quad (22)$$

a pomocí grafu č. 1 je možné nahlédnout význam jmenovaných indexů.

Realizované příklady

Zde jsou uvedeny příklady konkrétní aplikace MI při hodnocení švédských nemocnic (Färe at al., 1994), švédských lékáren, kdy byla do indexu zahrnuta i kvalita (Färe, Grosskopf, Roos, 1995), a hodnocení výukového zatížení kateder na VŠE, kde se však jedná pouze o ilustraci použití MI (Dlouhý, 2001). Analýza příkladů byla udělána z hlediska typu modelu MI, definice vstupů, výstupů a parametrů kvality a dále podle počtu jednotek zahrnutých do výzkumu a počtu časových period.

	Švédské lékárny	Švédské nemocnice	výukové zatížení kateder na VŠE Praha
autoři	R. Färe, S. Grosskopf, P. Roos	R. Färe, S. Grosskopf, B. Lindgren, P. Roos	M. Dlouhý
rok výzkumu	1993	1992	2001
model orientovaný	vstupově	výstupově	výstupově
vstupy	<ul style="list-style-type: none"> ▪ hodiny práce farmaceutických služeb ▪ hodiny práce pomocného personálu ▪ cena dalších služeb na vstupu 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ počet odpracovaných hodin ▪ finanční výdaje vyjma investičních 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ počet úvazků (přepočtených na jeden celý)
výstupy	<ul style="list-style-type: none"> ▪ počet receptů pro ambulantní péči ▪ počet doručených balíčků ▪ počet vydaných léků jednotlivcům ▪ počet speciálních artiklů pro znevýhodněné pacienty ▪ počet speciálních jídel pro znevýhodněné pacienty ▪ počet výdejů zboží na pultu ▪ čas strávený informováním o léčích 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ počet ošetření krátkodobé staniční péče ▪ počet lůžkových dnů dlouhodobé chronické péče ▪ počet návštěv lékaře u ambulantní péče 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ počet výukových hodin
parametry kvality	<ul style="list-style-type: none"> ▪ počet otevíracích hodin týdně ▪ čekací doba ▪ % receptů, které byly vyřízeny během daného dne 	není	není
počet jednotek	257	17	9
počet časových období	2	16	8

Jak by to mohlo vypadat v oblasti školství?

Předpokladem je vytvoření indikátorů jak na straně vstupu, tak na straně výstupu, včetně měřitelných parametrů kvality. Aplikace MI je možná tehdy, pokud bude získána určitá časová řada změřených vstupů, výstupů a parametrů kvality (minimálně ve dvou časových obdobích) a u více jednotek. Větší počet jednotek zvyšuje věrohodnost nalezené hranice produkčních možností.

Předpokladem je, že vnější podmínky jsou pro všechny jednotky v daném časovém období stejné. Tento předpoklad úzce souvisí s definicí jednotky a definicí vnějších podmínek. Jednotkou může být např. škola a vnějšími podmínkami jsou shodné legislativní a ekonomické podmínky.

Při definici vstupů, výstupů a parametrů kvality by se mělo vycházet z požadavků společnosti kladených na školu a dále z vlastních cílů a zásad školy a dalo by se využívat již získávaných údajů např. pro mezinárodní projekt INES. Dále je to i výzva pro pedagogické odborníky hlavně při hledání operacionalizace těchto proměnných. Definice vstupů, výstupů a parametrů kvality by mohla být např. následující:

Vstupy:

- průměrný počet žáků na učitele
- finanční náklady přepočtené na jednoho žáka
- sociální prostředí žáků
- odborná kvalifikace učitelského sboru
- profil žáků podle vzdělávacích potřeb
- počet žáků na počítač
- materiální vybavení školy

Výstupy:

- vzdělávací výsledky žáků (měřené různými diagnostickými nástroji – didaktické testy, obsahová analýza produktů, analýza portfolia, ...)
- postoje ke vzdělávání
- spokojenost s uplatněním po 10 letech

- příjmy absolventů po 10 letech
- % nezaměstnaných po 10 letech

Parametry kvality:

- spokojenost žáků
- spokojenost rodičů
- klima třídy, školy
- soulad ambicí žáků s jejich schopnostmi
- motivace žáků pro další vzdělávání
- spolupráce školy a rodičů
- počet volitelných předmětů
- integrace znevýhodněných žáků
- hodnocení školy veřejností
- výzdoba školy a okolí
- kázeňské problémy

Ikdyž parametry kvality hrají při výpočtech stejnou úlohu jako výstupy, výhoda v oddělení může být např. i ta, že výstupy mohou být snáze kvantifikovatelné „objektivní“ výsledky vnější evaluace a parametry kvality mohou být výsledkem šetření v rámci evaluace vnitřní a změnu kvality je možné sledovat i odděleně bez vazby na vstupy a výstupy.

Jak se zdá býti logické a nasvědčují tomu i zkušenosti ze jmenovaných empirických šetření, usuzovat na vliv změny podmínek a vnitřní proměnu jednotky (školy) lze usuzovat teprve s delším časovým odstupem, tedy při získání časové řady více vstupů, výstupů i parametrů kvality. Posuzování vlivu vnějších podmínek je pak výsledkem kvalitativní analýzy časových řad kvantitativních ukazatelů.

Literatura

České školství v mezinárodním srovnání: Vybrané ukazatele publikace OECD Education at a Glance 2002. Praha: ÚIV, 2002. ISBN 80-211-0439-2.

DLOUHÝ, M. Malmquistův index a jeho využití ve veřejném sektoru. Praha: 2001.

- FÄRE, R., et al. Productivity Developments in Swedish Hospitals: A Malmquist Output Index Approach, In Charnes, A., et. al. (eds.), Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Applications. Boston : Kluwer Academic Publishers, 1994.
- FÄRE, R. - GROSSKOPF, S. - ROOS, P. Productivity and quality in Swedish pharmacies. In International Journal of Production Economics. 39. 1995, s. 137-147.
- GREGER, D. Výzkumy efektivity školy jako příklad změny paradigmatu v pedagogickém výzkumu. In Česká pedagogika: proměny a výzvy. Sborník k životnímu jubileu profesora Jiřího Kotáska. Praha : PedF UK, 2004. (v tisku)
- Pohled na školství v ukazatelích OECD - 1997. Praha: ÚIV, 1998. ISBN 80-211-0280-2.