

# Výzkum obecných problémů výuky matematiky v evropském technickém vysokoškolském vzdělávání

Rudolf Grepl<sup>1</sup>

## Abstract

The role of mathematics and changing form of mathematics in tuition of engineers, new technologies, tuition process, education of engineers in Europe and mathematics, basic curriculum in mathematics for European engineers, Bologna Declaration 1999 and other documents of European importance, how to continue to teach mathematics at technical universities.

## Keywords

technical universities, education of engineers in Europe and mathematics, Bologna Declaration 1999, other documents of European importance, possible trend in the research in mathematics tuition at the technical universities.

## 1 Úloha matematiky a měnící se podoba matematiky v inženýrském vzdělávání

1.1 Matematika a inženýrské disciplíny se v historii vyvíjely v úzkém spojení. Závislost všech oborů inženýrství na matematice, ale i bohatá škála inženýrských problémů, které ovlivňují matematiku, otevírají nové oblasti v matematice a poskytují řadu důkazů o užitečnosti vzájemných vztahů.

1.2 V roce 1966 byla vypracována zpráva OECD s názvem **Mathematical Education of Engineers** [2]. Tato zpráva obsahovala řadu důvodů, které dokládaly důležitost matematiky jako vyučovacího předmětu v inženýrském studiu. Lze je shrnout v následujících tvrzeních:

- Matematika představuje prostředek výchovy k racionálnímu myšlení.
- Reprezentuje jistotu o hodnotách tohoto myšlení.
- Matematika je nástrojem k odvozování a zpracování kvantitativních informací v přírodních jevech a systémech.
- Umožňuje analýzu těchto jevů.
- Je důležitým nástrojem zobecňování v experimentech.
- Je jazykem, který představuje prostředek pro předávání myšlenek ve všech inženýrských pojednáních.
- Rozvíjí představivost studentů v jejich vlastním myšlení.
- Výuka v matematice je přípravou do budoucnosti.

Myšlenky uvedené zprávy nejsou ani dnes odmítány, ale situace se od té doby hodně změnila. Jen v posledních letech přinesl příchod počítačů a jejich užití další:

- Matematika představuje jazyk pro vytvoření modelu (inženýrského problému) pro počítačovou analýzu.
- Matematika představuje prostředek k porozumění práce počítače i porozumění výpočetním systémům samým a samozřejmě i prostředek ke stanovení přesnosti počítačových výstupů.

---

<sup>1</sup>(k215@vabo.cz) Katedra matematiky, Vojenská akademie v Brně, Kounicova 65, 612 00 Brno, tel. (05)41182685, (05)41182267 (sekretariát)

1.3 Je tu výrazná snaha o vzájemné mezinárodní uznání inženýrské kvalifikace. Je třeba překonat řadu potíží, než dojde k takovému uznávání a to nejen vzhledem k délce studia v různých zemích. Existují stále rozdíly v nárocích kladených na studium, především v důležitosti kladené na matematické a fyzikální základy inženýrství.

## 2 Nové technologie

Rychlost změn v poslední době přesvědčuje, že technologická stránka inženýrského vzdělání rychle stárne.

Rozvoj nových technologií a především užití počítačů je v posledních letech jedním z nejdůležitějších faktorů, který ovlivňuje požadavek změn v obsahu výuky, nejen matematiky, ve vzdělávání inženýrů. V posledních letech přináší počítač nové směry i do vlastního vyučovacího procesu.

## 3 Výukový proces

### 3.1 Výukové cíle

Při výchově inženýra by se pozornost měla věnovat těmto schopnostem:

1. Vytvářet schopnosti k řešení standardních problémů, jejichž řešení vyžaduje přímé minimální aplikace matematiky.
2. Mít schopnost účinně sdělovat, jak ústně, tak písemně výsledky analytických a statistických zkoumání. Rozumět literatuře, která obsahuje přímé minimální užití a aplikace matematiky.
3. Porozumět základním matematickým modelům inženýrských problémů (např. užití diferenciálních rovnic aj.).
4. Vytvářet podmínky k dalšímu profesionálnímu rozvoji, které umožňují studium technické literatury.
5. Porozumět práci počítače a způsobům zpracování dat.

### 3.2 Vstupní znalosti

Již celou řadu let se projevuje nejen u nás, ale na evropských univerzitách nehomogenita vstupních znalostí v oblasti základního matematického vzdělání. Např. na VUT v Brně se mění podstatně složení studentů podle předběžného vzdělání takto: absolventi středních průmyslových škol z 50 % na 60 %, výrazně klesá počet absolventů gymnázií a to ze 45 % na 20 % a výrazně stoupá počet absolventů učňovskými orientovaných středních škol s maturitou (z 5 % na 20 %). V mnoha případech tento problém ovlivňuje v Evropě zavedení tzv. základního roku, resp. nultého ročníku a tím rozšíření délky studia.

### 3.3 Metody výuky

Stranou nezůstávají ani otázky metod výuky. Matematika má svou hierarchii, rigorózní přesnost a schopnost spojovat velké množství informací symbolickými prostředky. Zdá se, že základní technologie výuky, tj. přednášky, cvičení a semináře, budou v nejbližší budoucnosti, 15–20 letech, hlavním prostředkem výuky.

### 3.4 Učitel

Klíčovou úlohu v procesu výuky matematiky má a bude mít stále učitel.

Zdá se, že role učitele v budoucnu bude pasivnější a tradiční model subjekt — objekt může ztratit vyhraněnou podobu s dominující rolí učitele. Učitel se v budoucnu dostane mnohem častěji do role „poradce“, „zadavatele problémů“, „zprostředkovatele mezi studentem a praxí“, „hodnotitele“, než je v současné roli přednášejícího resp. cvičícího.

## 4 Výchova inženýrů v Evropě a matematika

### 4.1

Problematické výchovy inženýrů se v Evropě věnuje více organizací, především Evropská společnost pro výchovu inženýrů — zkratka SEFI (*Société Européenne pour la Formation des Ingenieur*, dnes již více užívaný anglický název *The European Society for Engineering Education*). Její oblastí zájmu je inženýrské vzdělávání v Evropě v souvislosti s rozvojem vědy a technologií a potřebami současného průmyslu. Byla založena v roce 1973 v Bruselu a sídlo má tamtéž. Má několik pracovních skupin, jednou z nich je *Mathematics Working Groups (SEFI-MWG)* — pracovní skupina pro matematiku, založená v roce 1982.

### 4.2 Matematická výchova z pohledu SEFI-MWG

*Cíle MWG jsou:*

- vytvořit mezinárodní platformu pro výměnu názorů mezi těmi, kteří se zajímají o inženýrskou matematiku,
- podporovat plnější porozumění úloze matematiky v inženýrském vzdělání a její vztah k potřebám praxe,
- podněcovat spolupráci v případech matematických předmětů,
- poznávat a podporovat roli matematiky v dalším vzdělávání inženýrů ve spolupráci s praxí.

Pro splnění těchto cílů a k udržování mezinárodních kontaktů pořádá SEFI-MWG pracovní semináře a konference (proběhlo jich asi 15, z toho již dvakrát v České republice pod záštitou Komise pro matematiku na vysokých školách technických, ekonomických a zemědělských při Jednotě českých matematiků a fyziků — dále KM VŠTEZ JČMF.

### 4.3 K tvorbě Základních osnov

Zamýšleným cílem bylo formulovat Základní osnovu (Kurikulum) výuky matematiky pro inženýry, která může být upravena pro výuku většiny studentů inženýrství v celé Evropě. Úmyslem bylo, aby působila jako jisté vodítko (ne jako definitivní syllabus), která připouští, že každá země, škola a vzdělávací instituce má své požadavky v inženýrském vzdělávání. Měla zohlednit i to, že některé země, např. Velká Británie, mají tříleté studium, zatímco ostatní, např. Německo, Itálie apod. mají studium převážně pětileté. Očekávání, že obecné standardy diktované ekonomickými, ale i dalšími faktory, budou postupně uplatňovány v celém Evropském společenství počínaje 90. lety, vedlo k úvaze vytvoření mezinárodního modelu inženýrského vzdělávání.

S úmyslem vytvořit základní společný standard s možností rozšíření o individuální charakter a jistou obsahovou pestrost, byly v průběhu pěti let asi dvěma sty učiteli vysokých škol a inženýry z jedenácti zemí vytvořeny *Základní osnovy* a vydány v roce 1992 pod názvem *A Core Curriculum in Mathematics for the European Engineer* [3] ve verzi anglické, francouzské a německé. V dokumentu jsou shrnuty významné názory vedoucích pracovníků na poli matematického vzdělání v technických oborech.

Odborníci SEFI–MWG současně se zpracováním Základních osnov po diskusích ztotožnili na těchto pěti zásadách:

1. Je nejlépe, přednášejí-li v matematických kurzech pro inženýry matematici.
2. Matematika má provázet studenta od začátku studia.
3. Užívání počítačů je nedílnou součástí matematických kurzů.
4. Je silný důraz na aplikace a projekty ve všech matematických kurzech.
5. Je třeba se vyhnout koncentrovaným minikurzům.

#### 4.4 K Základním osnovám obecně

Návrh Základních osnov obsahuje čtyři hlavní matematické disciplíny — matematickou analýzu, lineární algebru, diskrétní matematiku, pravděpodobnost a statistiku s tím, že numerické metody by měly být integrovány v celých osnovách i částech — které jsou konstituovány spolu se třemi úrovněmi znalostí: požadovanými vstupními znalostmi, základními osnovami, výběrovými (rozšiřujícími) osnovami.

Návrh zohledňuje inženýrské požadavky na matematiku, vliv různých aspektů na vlastní vyučování a potřebu kontinuálního vzdělávání. Na obecné úrovni by mělo být 15–20 % celkového času všech inženýrských programů věnováno matematice. Doporučené Základní osnovy v rozsahu 220–320 hodin matematiky představují absolutní minimum ve studiu inženýrství na všech evropských školách.

#### 4.5 Doporučení SEFI–MWG k Základním osnovám

Předložený návrh představuje koncepci základních osnov matematiky v inženýrském studiu přinejmenším pro 90. léta. Evropské univerzity, které vychovávají inženýry, byly tímto dokumentem vážně vyzvány tento návrh přijmout. Je koncipován v širokém mezinárodním konsensu tak, aby byl použitelný v každé zemi a v každé instituci a je dostatečně flexibilní.

Přínos by mohl být následující:

1. Ekonomické důvody pro společný standard v inženýrském vzdělávání.
2. Přínos v oblasti vzdělávání a vyučování.
3. Základ profesionálního rozvoje inženýrů prostřednictvím dalšího vzdělávání.
4. Usnadnění mobility inženýrů, jejich dovedností a znalostí jak na národní, tak mezinárodní úrovni.
5. Usnadnění mezinárodního uznávání inženýrské kvalifikace.
6. Zvýšení intenzity a celkové koncepce inženýrských profesí.
7. Lepší ocenění profesionálního obsahu inženýrství vůbec.

### 5 Další zkoumání problematiky

Základní osnovy vypracované SEFI–MWG jsou hodnotné, ale je čas pracovat dále a to nejen v souvislosti s Boloňskou deklarací 1999. Např. skupina SEFI–MWG ve Velké Británii prováděla v minulých letech průzkum názorů na výuku matematiky na technických fakultách a to z pohledu institucí (např. Inženýrská rada Velké Británie), univerzitních inženýrů, univerzitních matematiků, praxe a studentů:

Pokusím se o stručné shrnutí:

1. existuje shoda, že studenti by měli:
  - být jisti v užívání matematiky,

- být schopni matematiku užívat,
- mít jistou míru pojmového porozumění,
- být si vědomi možností matematických metod,
- vědět, kterou metodu vybrat,
- poznat, kde použít aproximace,
- porozumět přesnosti výpočtů, které jsou aproximacemi realizovány,

2. k tomu, aby byla matematika úspěšně vyučována, musí být chápána jako plnohodnotný inženýrský předmět, ne pouze jako předmět podpůrný,
3. modelování s užitím matematických metod je oblastí, kde může být závažnost matematiky demonstrována nejspokojivěji, nikoli však než problémů — studenti mají na počátku studia buď jen velmi malý nebo téměř žádný inženýrský základ a ačkoli úvodní příklady pro modelování by měly být jednoduché, měly by být odpovídající praxi,
4. neexistuje však naopak žádná jednota v názorech na postavení matematiky v kurikulu ve vztahu k ostatním předmětům. Je řada matematiků a inženýrů, kteří dokazují, že matematika je disciplínou sama o sobě a také tak by měla být vyučována. Výrazné jsou studentské kritiky, které upozorňují na nedostatečnou návaznost partií matematiky (ale také patří matematiky a ostatních předmětů), které mají nastudovat.

#### Poznámka

Sám jsem prováděl v letech 1995–97 průzkum názorů ústavů (kateder) technických fakult v Brně na výuku matematiky pro inženýry. Výsledky tohoto průzkumu jsem publikoval v Pokrocích matematiky, fyziky a astronomie, roč. 42, 1997, č.3, s 160–165.

### 6 Závěr

1. Stanovit optimální vyrovnanost mezi hloubkou a šíří učiva je velmi obtížné. Základy pokročilejších studií v matematice musí být stanoveny opatrně a spolehlivě, ale copak je dalším krokem. Je důležité, ekonomické a moudré vést ve výuce všechny studenty stejnou cestou?
2. Dalším prvkem v debatě co učit jsou změny v technologické podpoře výuky, které se dějí a pokračují obrovským tempem. Ještě před pětadvaceti lety bylo logaritmické pravítko univerzálním prostředkem pro studující inženýrství a kapesní kalkulátor byl zcela neznámý, obraz dneška je právě opačný. Jsou tu osobní počítače, grafické kalkulátory a software se stále stává všeobecně přístupnější.
3. Pět základní oblastí, které mají jistou hodnotu pro schopnosti v matematice, představuje:
  - „cit“ pro význam jednotek,
  - schopnost pracovat beze strachu se zlomky,
  - schopnost pracovat spolehlivě se vzorci,
  - základní dovednosti v matematice analýze,
  - ocenění významu aproximací.
4. Další otázkou je, zda učíme tu „pravou“ matematiku. Pokud ne, tak jak bychom měli efektivně naše sylaby změnit? Mocný vliv má v našem myšlení tradice a je obtížné se vymanit z jejího vlivu.
5. Klíčové otázky, které si kladou ústavy (katedry) matematiky a učitelé matematiky jsou:
  - Proč učíme matematiku pro inženýry?
  - Jakou úlohu hrají ve výuce počítače?
  - Kdo by měl učit?
  - Jak by mělo být učení uskutečňováno?

6. Zatímní diskuse v SEFI-MWG (a nejen tam) naznačuje, že matematika pro inženýry v jedenadvacátém století by mohla obsahovat následující celky:
- jednoduché příklady pro „ruční počítání“ k ilustraci teorie,
  - složitější výpočty a operace realizované na počítači,
  - uvědomování si omezení použití numerických metod,
  - rutinní používání standardních programů,
  - společná cvičení v modelování spolu s inženýry.

## Literatura

- [1] Magna Charta Universitatum. Boloña 1988. Prohlášení rektorů evropských univerzit při příležitosti devítisetletého výročí založení univerzity v Boloni.
- [2] Zpráva OECD: Mathematical Education of Engineers. OECD, Paris, 1966.
- [3] A Core Curriculum in Mathematics for the European Engineer. SEFI-MWG, Document 92.1, Plymouth 1992 (český překlad: Komise pro matematiku na vysokých školách technických, ekonomických a zemědělských při Jednotě českých matematiků, Praha 1993).
- [4] Úmluva o uznání kvalifikací týkajících se vysokoškolského vzdělávání v evropském regionu. Lisabon, 11. dubna 1997.
- [5] Společná deklarace o harmonizaci výstavby evropského systému vysokého školství. Paříž, Sorbona, 25. května 1998.
- [6] The European Higher Education Area. Joint Declaration of the European Ministers of Education Convened in Bologna on the 19<sup>th</sup> of June 1999. (The European Space for Higher Education, Bologna, June 18-19, 1999).
- [7] Univerzity a boloňská deklarace — strategie změn. Mezinárodní konference pořádaná Radou města Brna a šesti brněnskými univerzitami (Masarykova univerzita, Vysoké učení technické, Veterinární a farmaceutická univerzita, Mendelova zemědělská a lesnická univerzita, Janáčkova akademie múzických umění, Vojenská akademie Brno) 2.–3. listopad 2000.