

Jaký mají žáci základních škol vytvořen smysl pro čísla?

Pavel Květoň¹

V říjnovém čísle (1998) časopisu *Mathematics Teaching in the Middle School* (Reys, 1998) a v březnovém čísle časopisu *Journal for Research in Mathematics Education* (Reys — Yang, 1998) vyšly články zabývající se srovnáním numerických výpočtů a smyslu pro čísla u tchajwanských žáků 6. a 8. ročníků základní školy. Doktorand prof. Reyse, Yang, prováděl v rámci své disertace výzkum u 234 žáků šestých a osmých ročníků ze čtyř škol jednoho většího tchajwanského města (asi 250 000 obyvatel). Některé získané výsledky jsou uvedeny v článku (Reys — Yang, 1998). Prof. Reys (Reys, 1998) provedl výběr několika úloh spolu s výsledky tchajwanských žáků a doporučil tyto úlohy vyzkoušet americkým učitelům.

Objasněme si, co je to **mysl pro čísla**. Mysl pro čísla je něco, co neumíme přesně definovat (analogie jako „zdravý rozum“). Mysl pro čísla se vztahuje k žákově obecnému porozumění číslům a operacím s nimi spolu se schopností a dispozicím jeho všestranného využití pro stanovování matematických rozhodnutí a rozvíjení užitečných a vhodných strategií pro manipulaci s čísly a operacemi.

Mysl pro čísla je širší pojem než odhad či pamětní výpočet, ale zahrnuje v sobě obojí.

Problematika a získané výsledky uváděné v člancích (Reys — Yang, 1998 a Reys, 1998) mne velmi zaujaly a provedl jsem analogický výzkum s 329 žáky 7. a 8. ročníků pěti ostravských základních škol.

Předkládám úlohy uváděné Reysem, uvádím výsledky tchajwanských žáků 6. a 8. ročníků a ostravských žáků 7. a 8. ročníků. Naši 7. třídu jsem musel použít proto, že žáci operace se zlomky provádějí až v 7. ročníku, zatímco tchajwanští žáci mají toto učivo zařazeno již v 6. třídě.

V Reysově článku (Reys, 1998) se neuvádějí časy, které by žáci měli mít k dispozici na vypracování testů — je to ponecháno na učitelích. Pouze je řečeno, že nejdříve by měl být dán **test písemných výpočtů** a za týden na to **test smyslu pro čísla**.

S ostravskými učiteli ZŠ jsme se domluvili, že na test písemných výpočtů budou mít žáci k dispozici maximálně 20 minut a na test smyslu pro čísla to bude maximálně 10 minut.

V tabulce 1 je uvedeno zadání „Testu písemných výpočtů“ a výsledky tchajwanských žáků a žáků ostravských ZŠ. U tchajwanských žáků jde o 115 žáků 6. ročníku a 119 žáků 8. ročníku. Ostravských žáků 7. ročníku bylo 147 a 8. ročníku 180.

V tabulce 2 je uvedeno zadání „Testu smyslu pro čísla“ a procentuální vyhodnocení jednotlivých odpovědí. Test psalo 149 žáků 7. ročníku a 178 žáků 8. ročníku ostravských ZŠ.

Výsledky tchajwanských a ostravských žáků pak byly podrobeny statistické indukci. Pro srovnání výsledků jednotlivých položek žákovských testů byl použit Fisherův exaktní test a pro celý soubor žáků daného ročníku pak dvouvýběrový T-test.

¹(Pavel.Kveton@osu.cz) Katedra matematiky s didaktikou PdF OU, Čs. legií č. 9, 701 03 Ostrava 1, tel. (069)6160496

Vypočtete	Správné výsledky v procentech			
	Tchaj-wan		Ostrava	
	6.r.	8.r.	7.r.	8.r.
1. $\frac{12}{13} + \frac{7}{8}$	61	63	38	65
2. $72 : 0,025$	54	56	41	48
3. $\frac{5}{9} + \frac{8}{15}$	57	76	47	61
4. $534,6 \cdot 0,545$	61	71	41	66
5. $2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$	67	71	40	66
Průměr	60	67	41	61

Bylo zformulováno následujících 6 otázek.

Otázka 1. Je statisticky významný rozdíl ve výsledcích tchajwanských žáků 6. r. a 8. r. mezi písemnými výpočty a smyslem pro čísla?

Odpověď. U 1., 2. a 4. příkladu je statisticky významný rozdíl u žáků 6. ročníku ve prospěch písemných výpočtů na 1% hladině významnosti. Za celý test písemných výpočtů je tento rozdíl významný na 2% hladině významnosti. Ve 3. a 5. příkladu nebyl zjištěn statisticky významný rozdíl.

U žáků 8. ročníku je tento rozdíl statisticky významný na 1% hladině významnosti (ve prospěch písemných výpočtů) u příkladů 1., 3. a 4. a na 5% hladině významnosti u příkladu 5. a za celý soubor.

Otázka 2. Je statisticky významný rozdíl ve výsledcích ostravských žáků 7. r. a 8. r. mezi písemnými výpočty a smyslem pro čísla?

Odpověď. U žáků 7. r. statisticky významný rozdíl na 1% hladině významnosti (ve prospěch písemných výpočtů) byl zjištěn u 1. a 4. příkladu. U 5. příkladu byl statisticky významný rozdíl na 1% hladině významnosti ve prospěch smyslu pro čísla. U 2. a 3. příkladu a rovněž u celého testu nebyl zjištěn statisticky významný rozdíl.

U žáků 8. ročníku byl pak statisticky významný rozdíl (ve prospěch písemných výpočtů) na 1% hladině významnosti v příkladech: 1., 3. a 4. U 5. příkladu šlo o statisticky významný rozdíl na 5% hladině významnosti a to ve prospěch smyslu pro čísla. U 2. příkladu a za celý test nebyl zjištěn statisticky významný rozdíl.

Z úsporných důvodů budu v následujících otázkách dávat odpovědi pouze za celý test a nikoliv za jednotlivé příklady.

Tabulka 2

Zadání a výsledky „Testu smyslu pro čísla“ tchajwanských žáků a ostravských žáků ZŠ (* jsou označeny správné odpovědi)

		Výsledky v procentech			
		Tchaj-wan		Ostrava	
		6.r.	8.r.	7.r.	8.r.
1. Bez vypočítání přesné odpovědi zakroužkujte nejlepší odhad pro $\frac{12}{13} + \frac{7}{8}$.	A. 1	10	20	16	10
	B. 2 *	25	38	18	25
	C. 19	36	14	26	27
	D. 21	16	12	33	28
	E. Nevím	13	16	7	10
2. Bez vypočítání přesné odpovědi zakroužkujte nejlepší odhad pro $72 : 0,025$.	A. O hodně méně než 72	31	14	25	23
	B. O trochu méně než 72	18	10	21	19
	C. O trochu více než 72	18	20	16	14
	D. O hodně více než 72*	33	56	38	44
3. Jaký součet je větší než 1 ?	A. $\frac{5}{11} + \frac{3}{7}$	10	9	8	12
	B. $\frac{7}{15} + \frac{5}{12}$	22	17	31	25
	C. $\frac{1}{2} + \frac{4}{9}$	16	20	22	27
	D. $\frac{5}{9} + \frac{8}{15}$ *	52	54	39	36
4. Toto násobení bylo provedeno správně až na umístění desetinné čárky: $534,6 \cdot 0,545 = 291357$ Umístěte desetinnou čárku užitím odhadu.	A. 29,1357	87	66	68	62
	B. 291,357 *	11	25	24	28
	C. Ani A. ani B.	2	9	8	10
5. Honza měl dvě pizzy. Dal jednu třetinu z jedné pizzy sestře a jednu polovinu svému bratři. Kolik pizzy mu zůstalo?	A. Více než 1 pizza *	55	56	73	77
	B. Méně než 1 pizza	38	36	19	16
	C. Přesně 1 pizza	7	5	8	6
	D. Žádná pizza	0	3	0	1
Průměr správných výsledků		35	46	38	42

Otázka 3. Je statisticky významný rozdíl mezi tchajwanskými žáky 6. r. a ostravskými žáky 7. r. v písemných výpočtech?

Odpověď. Na 1% hladině významnosti jsou tchajwanští žáci lepší.

Otázka 4. Je statisticky významný rozdíl mezi tchajwanskými žáky 6. r. a ostravskými žáky 7. r. ve smyslu pro čísla?

Odpověď. Rozdíl není statisticky významný.

Otázka 5. Je statisticky významný rozdíl mezi tchajwanskými žáky 8. r. a ostravskými žáky 8. r. v písemných výpočtech?

Odpověď. Rozdíl ve výsledcích není statisticky významný.

Otázka 6. Je statisticky významný rozdíl mezi tchajwanskými a ostravskými žáky 8. r. ve smyslu

pro čísla?

Odpověď. Rozdíl není statisticky významný.

Z výzkumu vyplývá, že podobně jako na Tchaj-wanu tak i u nás, mají žáci malý smysl pro čísla — lepší jsou v písemných výpočtech (zejména tchajwanští žáci). Na vytváření smyslu pro čísla u žáků, bude třeba klást větší důraz. Bude třeba připravit budoucí učitele matematiky tak, aby byli schopni u žáků tuto dovednost vytvářet.

Dále bylo testováno, zda existuje nějaká závislost mezi výsledky v písemném počítání a ve smyslu pro čísla. Stejně jako u tchajwanských žáků, tak i u ostravských, žádná taková závislost nebyla zjištěna. To znamená, že dobré písemné výpočty nezaručují odpovídající úroveň smyslu pro čísla, což můžeme trochu nadneseně vyjádřit větou, že „správné odpovědi nejsou spolehlivým ukazatelem správného myšlení“.

Získané výsledky je třeba brát s jistou rezervou, protože byly získány jen ve dvou větších městech, ale zřejmě výsledky pro větší populaci tchajwanských žáků a českých žáků by byly analogické.

Literatura

- [1] REYS, R. Computation versus Number Sense. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 4, 1998, č. 2, s. 110–112. ISSN 1072–0839
- [2] REYS, R. — YANG, D. Ch. Relationship Between Computational Performance and Number Sens Among Sixth- and Eighth-Grade Students in Taiwan. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29, 1998., č. 2, s. 225–237. ISSN 0021–8251