

Měření matematické gramotnosti a analytických dovedností patnáctiletých žáků ve výzkumu OECD PISA

Jana Straková¹

V květnu roku 2000 proběhla na základních a středních školách v České republice první fáze výzkumu čtenářské, matematické a přírodovědné gramotnosti známého pod názvem PISA². První fáze výzkumu byla zaměřena zejména na čtenářskou gramotnost a její výsledky budou zveřejněny koncem roku 2001. Další šetření na školách jsou plánována na roky 2003 a 2006 a budou zaměřena po řadě na matematickou a na přírodovědnou gramotnost. Výzkum je organizován Organizací pro hospodářskou spolupráci a rozvoj, účastní se ho všechny její členské země a mnoho zemí nečlenských. PISA je bezesporu nejrozsáhlejším a nevýznamnějším projektem v oblasti měření výsledků vzdělávání, který se kdy ve světě konal. Mimořádná pozornost je mu věnována především pro jeho záměr vymezit v nejdůležitějších oblastech vzdělávání ty vědomosti a dovednosti, které jsou důležité pro uplatnění žáků v jejich budoucím životě v moderní společnosti. Výzkum nezjišťuje nabyté vědomosti, ale dovednost aplikovat získané vědomosti v situacích reálného života. Kromě zmiňovaných oblastí bude součástí výzkumu rovněž zkoumání úrovně sebevědomí žáků a jejich studijních návyků, zjišťování analytických dovedností žáků a jejich dovednosti pracovat s moderními informačními zdroji. Součástí výzkumu je kromě žákovských testů rovněž dotazník pro žáky a ředitele škol.

Mnohé zúčastněné země považují za nezbytné modifikovat náplň a priority vzdělávání tak, aby lépe odrážely potřeby moderní doby a zamýšlejí integrovat myšlenky výzkumu PISA do vzdělávacích programů povinného vzdělávání. Protože se domníváme, že by myšlenky a záměry výzkumu PISA mohly sloužit jako inspirace rovněž pro českou školskou politiku i pedagogický výzkum, považujeme za užitečné s nimi členy asociace pedagogických výzkumů podrobně seznámit. Ve sborníku z VIII. celostátní konference ČAPV byla uveřejněna souhrnná informace o koncepci všech složek výzkumu PISA. Tento příspěvek se zabývá podrobněji koncepcí měření matematické gramotnosti a analytických dovedností žáků, na které bude zaměřen výzkum v roce 2003.

Matematická gramotnost

Matematická gramotnost je schopnost jedince identifikovat a pochopit úlohu, kterou matematika hraje ve světě, dělat dobře podložené matematické soudy a zabývat se matematikou způsobem, který bude splňovat potřeby současného a budoucího života jednotlivce jako konstruktivního, zainteresovaného a přemýšlivého občana.

Termín gramotnost byl použit pro zdůraznění toho, že se výzkum PISA nezaměřuje na matematické vědomosti a dovednosti tak, jak jsou vymezeny v tradičních školních osnovách matematiky. Důraz je zde kladen na funkční využití matematických vědomostí v řadě různých situací. Pro takové využití je samozřejmě nezbytná řada základních matematických vědomostí. Výzkum se však neomezuje na zjišťování matematických pouček, terminologie a postupů stejně tak, jako se výzkum gramotnosti v mateřském jazyce neomezoval na zjišťování znalosti slovíček a gramatických pravidel.

Žáci mají za úkol formulovat matematické problémy z různých oblastí a situací, řešit je a tato řešení interpretovat. Zkoumá se, do jaké míry umějí efektivně analyzovat, zdůvodňovat a zprostředkovávat myšlenky. PISA se zaměřuje na problémy, se kterými se mohou žáci setkat v běžném životě, nikoliv na takové úlohy, které žáci běžně řeší ve škole. Autoři koncepce vycházejí z toho, že v běžném životě se téměř nesetkáváme s rutinními úlohami, které bývají

¹(janastr@uiv.cz) ÚIV, Senovážné nám. 26, P.O.BOX 1, 110 06 Praha 6

²Program for International Student Assessment

náplní školních učebnic. Při svých každodenních aktivitách, jako je nakupování, cestování, péče o rodinné finance, posuzování politických záležitostí, se však často setkáváme s problémy, které můžeme objasnit, formulovat či vyřešit s pomocí matematických dovedností.

PISA mimo jiné zjišťuje, do jaké míry můžeme testované patnáctileté žáky považovat za informované a uvažující občany a inteligentní zákazníky. Zkoumá, jak umějí číst formuláře, provádět finanční transakce nebo rozpoznat výhodnou koupi. Vychází z toho, že občané ve všech zemích na světě se musí vyrovnat se stoupajícím množstvím úkolů zahrnujícím prostoro-ové, kvantitativní a pravděpodobnostní aspekty. Například noviny, časopisy, televize a Internet jsou plné tabulek, grafů a diagramů obsahujících například informace o počasí, ekonomice, lékařství a sportu. Často se setkáváme se zprávami o globálním oteplování, populačním růstu, ropných skvrnách či devastaci krajiny. Důležité je položit si otázku, zda jsou čtenáři schopni se orientovat v předložených argumentech a protiargumentech. PISA si klade za cíl zjistit, zda umějí patnáctiletí žáci používat matematiku, kterou se naučili ve škole, k tomu, aby si s těmito úkoly lépe poradili.

Ve výzkumu PISA se zjišťuje dovednost žáků pracovat s úlohami v širokém spektru kontextů — od čistě matematických až po takové, ve kterých není na první pohled žádná matematická struktura zřejmá. Stejně jako se mění rozsah kontextů, mění se i náročnost úlohy z hlediska požadovaných matematických vědomostí a dovedností. Úlohy jsou ve výzkumu PISA klasifikovány podle situace, do které jsou zasazeny, podle matematického obsahu a podle úrovně dovedností, které jsou potřebné k jejich vyřešení.

Situace jsou členěny podle toho, jak jsou žákovi blízké. Za nejbližší jsou považovány úlohy situované do prostředí osobního života žáka, následuje prostředí školy, práce a volného času. Za nejdálší z pohledu žáka jsou považovány úlohy se společenskou a vědeckou tematikou.

Matematický obsah úloh není popisován v tradičním členění tak, jak je známe z učebnic či osnov matematiky, ale pomocí takzvaných velkých témat. Pro účely výzkumu PISA byla zvolena 4 témata: kvantita, prostor a tvar, změny a vztahy a neurčitost. Tradiční členění na aritmetiku, algebru, geometrii apod. nebylo využito proto, aby se zdůraznilo, že ani v běžném životě nejsou úlohy takto logicky uspořádány a málokdy k vyřešení problémů běžného života vede aplikace znalostí výlučně z jedné oblasti matematiky.

Podle míry matematizace, které vyžadují jednotlivé úlohy byly stanoveny 3 **úrovně dovedností, které jsou potřebné k vyřešení úlohy**. První úroveň zahrnuje úlohy, které nevyžadují téměř žádnou matematizaci. Do druhé úrovně jsou řazeny úlohy, které vyžadují standardní matematizaci a do třetí úrovně úlohy, které vyžadují originální a komplexní matematizaci.

Proces matematizace je ve výzkumu PISA definován pomocí 5 kroků.

Ukážeme je na následující jednoduché úloze:

Místní úřad se rozhodl instalovat v parku trojúhelníkového tvaru osvětlovací těleso tak, aby osvětlovalo celý park. Kde by mělo být osvětlovací těleso umístěno?

1. Na začátku stojí problém z běžného života.
Žák má za úkol určit, kde by měla být v parku umístěna lampa.
2. Organizace úlohy pomocí matematických pojmů.
Park můžeme znázornit jako trojúhelník. Plocha stejnoměrně osvětlená lampou bude kruh, který bude mít lampu ve svém středu.
3. Postupné odbourávání prvků běžného života tak, že problém zobecníme a formalizujeme.
Problém běžného života převádíme do matematické úlohy, která věrně reprezentuje výchozí situaci.
Problém se transformuje na úlohu určit střed kružnice opsané trojúhelníku.
4. Řešení problému.
Využití vědomostí, že střed kružnice opsané se nachází v průsečíku os souměrnosti jednotlivých stran. Řešení spočívá v konstrukci 2 os stran a stanovení jejich průsečíku.

5. Interpretace matematického řešení v kontextu reálné situace.

Řešení je nutno dát do vztahu k situaci s parkem. Například pokud je jeden z úhlů v parčíku tupý, nedává toto řešení dobrý smysl, protože osvětlovací těleso by se nacházelo vně parku.

Pro ilustraci uvádíme ještě úlohu ze třetí, nejvyšší třídy kompetencí.

V jisté zemi byly výdaje na armádu v roce 1980 30 miliard dolarů. Celkové výdaje v tomto roce činily 500 miliard dolarů. V následujícím roce byly výdaje na armádu 35 miliard dolarů a celkové výdaje 605 miliard dolarů. Inflace v období mezi zveřejněním těchto údajů činila 10 %.

- Představ si, že jsi pozván na přednášku pacifistické organizace a chceš účastníkům sdělit, že rozpočet na armádu v tomto období poklesl. Vysvětli, jak to můžeš udělat.*
- Jsi pozván na přednášku do vojenské akademie. Chceš účastníkům vysvětlit, že výdaje na armádu v uvedeném období vzrostly. Jak to uděláš?*

Měření analytických dovedností

Jedním ze záměrů výzkumu PISA bylo kromě vědomostí a dovedností vztahujících se k jednotlivým předmětům zmapovat rovněž takzvané dovednosti mezipředmětové, tedy takové, které žáci získávají v několika předmětech. Do této kategorie patří i dovednost řešit problémové úlohy (problem solving). Při přípravě koncepce šetření v této oblasti se autoři rozhodli, že se zaměří na zkoumání úrovně analytického myšlení žáků (induktivní a deduktivní postupy, kritické myšlení), které je jádrem výše uvedené oblasti a umožňuje žákům aplikovat osvědčené strategie z různých předmětů v širokém spektru úloh. Úlohy jsou koncipovány tak, aby vyžadovaly integraci vědomostí a strategií z nejméně dvou odlišných předmětových oblastí. K měření úrovně analytických dovedností jsou využity komplexní úlohy, tedy takové, které zahrnují více proměnných, jsou otevřené a používají více modelů a kognitivních nástrojů. Úlohy jsou zakotveny v situacích z reálného života, které přesahují situace, se kterými se žáci běžně setkávají ve škole.

Úlohy zjišťují následující dovednosti:

- porozumět danému problému a uvažovat o něm
- získat, organizovat, posuzovat a kriticky hodnotit doprovodné informace
- rozlišit mezi podstatnými a nepodstatnými informacemi
- vybavit si vědomosti užitečné pro řešení daného problému a správně je použít
- prokázat porozumění použitým pojmům
- používat postupy, vědomosti a strategie získané v nějaké oblasti v jiných oblastech
- při odvozování dalších informací z informací daných používat induktivní a deduktivní postupy
- při řešení problémů používat různé prostředky
- při řešení problémů používat různé přístupy a hlediska a navrhovat společensky přijatelná řešení
- kriticky hodnotit svoji práci a odpovídajícím způsobem ji průběžně modifikovat

Ve výzkumu PISA budou mít žáci za úkol demonstrovat kritické myšlení ve dvou typech úloh — v úlohách přesně definovaných a v úlohách otevřených. V úlohách prvního typu jsou žáci postaveni před jasně vymezený a plně popsán problém a mají za úkol ho vyřešit. Oproti tomu otevřené úlohy jsou zadány daleko volněji a poskytují žákům více svobody při posuzování různých důsledků a podmínek, při výběru strategií a formulaci výsledků.

V obou typech úloh musí žáci vyhledat v zadání dostupné informace, rozmyslet si přijatelný způsob řešení, uvědomit si, jaké další údaje potřebují. Musí být schopni rozlišit mezi pozorováním a závěrem z tohoto pozorování vyvozeným, mezi fakty a domněnkami. V některých

případech musí žáci vyvozovat závěry z dat, pozorování a dalších zdrojů. Musí být schopni rozlišit, kdy hledají zákonitosti a tyto zákonitosti zobecňují a kdy vyvozují nová tvrzení na základě předložených tvrzení pomocí řádných deduktivních postupů. Žáci musí být schopni průběžně verifikovat své postupy a výsledné závěry z hlediska jejich konzistentnosti.

Příklad úlohy:

Plánování a rozhodování

Představte si, že vaše třída chce založit školní zahradu. Dnes je úterý 31. 3. Rostliny budou přivezeny ze zahradnictví některé odpoledne v dubnu a musí být ihned zasazeny. Přítomen musí být váš třídní učitel a učitel přírodopisu.

- Učitel přírodopisu může vždy ve čtvrtek a v pátek, pokud se ve škole neděje nic mimořádného.
- Třídní učitel se nemůže věnovat zakládání zahrady dříve, než proběhne školní výlet, protože má mnoho práce s jeho přípravou.
- Zahradník vám poslal tuto zprávu: Vaše rostliny budou k dispozici od 4.4. Do školy mohou být doručeny v týdnu od 13.4. do 17.4.
- Odpoledne, které předchází písemné práci z matematiky, musí všichni žáci věnovat právě na tuto písemnou práci.

Zde je stránka z tvého diáře

Pondělí	Úterý	Středa	Čtvrtek	Pátek	Sobota	Neděle
30.3.	31.3.	1.4.	2.4.	3.4.	4.4.	5.4.
	dnes				školní výlet	
6.4.	7.4.	8.4.	9.4.	10.4.	11.4.	12.4.
				sportovní den (celý den)		
13.4.	14.4.	15.4.	16.4.	17.4.	18.4.	19.4.
		písemná práce z matematiky				

Ve kterých dnech je možno založit zahradu? Vypiš všechny vyhovující termíny.