POČÍTAČEM PODPOROVANÁ VÝUKA MATEMATIKY V DALŠÍM VZDĚLÁVÁNÍ UČITELŮ NA PEDF ZČU PLZEŇ

Jaroslav Hora

Pedagogická fakulta ZČU Plzeň

V několika posledních desetiletích došlo k nenápadné změně ve vybavení vyučujících matematiky na středních školách. Ti přestali mládež ohrožovat logaritmickými pravítky a vícemístnými tabulkami goniometrických a logaritmických funkcí. Nahradili je kalkulačkami a tato „kalkulátorová revoluce" je již širší veřejnosti dobře známa – vždyť valná část populace kalkulátory zná a dovede je používat. Obecně je již mnohem méně známo, že přichází doba dalších výrazných změn ve vyučování matematice – doba nástupu počítačů a tzv. programů počítačové algebry (Computer Algebra Systems, CAS).

V minulých letech se postupně zlepšovalo materiální vybavení základních i středních škol a zároveň se stávaly dostupnými i kvalitní programy umožňující realizovat „počítačem podporovanou výuku matematiky". Z dlouhé řady programů počítačové algebry jmenujme kupř. DERIVE, MAPLE, MATHEMATICA, REDUCE, SCRATCHPAD. Možnosti tohoto software jsou někdy doslova fascinující a proto může u žáků vzniknout otázka, „jak to ten počítač dělá", jaké algoritmy jsou při řešení dané úlohy užity, zda existují i pro počítač jisté neřešitelné problémy atd. Vzhledem k rychlému vývoji v popsané oblasti se však s odpověďmi na obdobné často frekventované otázky nemohli seznámit ani učitelé, kteří absolvovali VŠ i jen před několika málo lety. O tuto problematiku jeví zájem i někteří talentovaní studenti, pro které bývá práce s počítačem často i hlavní náplní volného času, ale i studenti aprobací s mate- matikou, které na pedagogické fakultě ZČU vyučuji, rovněž i někteří kolegové zejména z „přírodovědně orientovaných" kateder či obecněji příslušníci technické inteligence, kteří se v rámci své profese setkávají s výše uvedenými programy.

Učitelé katedry matematiky PdF ZČU spolupracovali v letech 1992 – 1995 v rámci projektu **projektu TEMPUS „ The improvement of mathematics education in secondary schools"** s partnerskými pracovišti na univerzitách v Leedsu, Barceloně, Tarragoně, Bayreuthu, Ljubljani a Mariboru. V rámci této spolupráce se uskutečňovaly výjezdy studentů i učitelů katedry na partnerská pracoviště, proběhla řada intenzivních kurzů a přednášek zahraničních odborníků a byla též vybavena **počítačová učebna katedry**, která je využívána i pro seznámení studentů katedry matematiky i učitelů západočeského regionu s moderním software, dnes již nezbytným při výuce matematiky. Ze shora uvedených programů je zmíněná učebna vybavena programy Derive verze 2.0 (program orientovaný spíše na uživatele ze SŠ, jednodušší ovládání, cenově dostupný, avšak pochopitelně i možnosti tohoto programu jsou menší, komplikované programování) a v letošním

roce snad bude dokončeno vybavení učebny programem Mathematica® verze 3.0 (špičkový program pokrývající i odbornou práci učitelů VŠ, existuje však i redukovaná verze vhodná pro SŠ). Vzhledem k této okolnosti a k tomu, že katedra matematiky PdF bude i v následujícím období pořádat různé **akce pro učitele i další zájemce z regionu** (semináře katedry k různým „počítačovým" tématům, prezentace programů, příp. Letní škola pro učitele matematiky na ZŠ a SŠ, tradiční podzimní soustředění talentovaných studentů a řešitelů MO atd.) jsou i ukázky výpočtů v dalším textu vytvářeny ve zmíněných dvou programech. Lze očekávat, že zájemce, který pracuje s jiným programovým prostředkem, bude na základě uvedených ukázek a komentářů k nim sám schopen provést odpovídající výpočty v prostředí, které má k dispozici.

Uvedme několik velmi jednoduchých ukázek, které mají dokumentovat některé možnosti programů počítačové algebry (užit program Mathematica®):

N[Pi,35]//Timing

{0. Second, 3.14159265358979323846264338327950288}

Jak je vidět, zadáním velmi jednoduchého povelu je proveden výpočet hodnoty čísla π za nepatrný časový úsek. Připomeňme, že Ludolf van Ceulen („Ludolfovo číslo") věnoval údajně několik let před svou smrtí výpočtu zhruba stejného počtu míst čísla π. Programy počítačové algebry tedy mohou sloužit i jako „superdokonalé" kalkulátory, poskytující „nastavitelný" počet cifer, zatímco „normální" kalkulačky mívají nejvýše osmimístný display. Z důvodu omezeného rozsahu článku ponecháme stranou grafické možnosti CAS. Zdůrazněme však, jak obrovským pokrokem těchto programů je zvládnutí manipulace se symboly. Tu kalkulačky (zatím) nezvládají:

Expand[(x+y)^5]

$$x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$$

Programy počítačové algebry tedy mohou být mj. užity k upravování algebraických výrazů, řešení rovnic a jejich soustav, pokryta je i klasická problematika lineární algebry a „kalkulu",což jsou témata probíraná obvykle v prvních ročnících vysokoškolského studia. Je možno kupř. počítat limity a derivace funkcí, určité a neurčité integrály atd. Na ukázku vypočtěme např. $\int x^2 \cos 3x \, dx$ a změřme i čas potřebný k výpočtu:

Integrate[x^2 * Cos[3 x],x]//Timing

{1.1 Second,

$$\frac{6\,x\,\mathrm{Cos}[3\,x] - 2\,\mathrm{Sin}[3\,x] + 9\,x^2\,\mathrm{Sin}[3\,x]}{27}\}$$

Jedna staročínská metoda z 5. stol. př. n.l. tvrdí, že přirozené číslo n > 1 je prvočíslem právě tehdy, když n dělí $2^n - 2$. Platí vskutku tato věta ? Člověk asi provede několik zkoušek pro n =2, 3, 4, 5, 6, ..., neobjeví žádnou potíž a bude mít

možná sklon věřit, že uvedené tvrzení je správné. Avšak v programu Mathematica® je snadné i psát programy a pokusit se nalézt taková přirozená čísla n, pro něž tvrzení neplatí:

```
For[n = 2, n < 1000, n = n+1,
If [ Xor [PrimeQ[n], IntegerQ[(2^n-2)/n]], Print[n]]]
```

```
341
561
645
```

Prvním číslem, které vyvrací testovanou hypotézu, je n = 341. Není divu, že předložené falešné domněnce uvěřil i takový velikán, jakým byl G. Leibniz (1646 – 1716). I když však staročínská hypotéza neplatí, bylo možné ji využít při „vyvíjení" počítačového testu prvočíselnosti.

Ukazuje se, že v dalším vzdělávání učitelů matematiky zejména ze středních škol nebude asi postačovat pouhé „seznámení se" s programy počítačové algebry ve smyslu obeznámení se s ovládáním programu, ale je nutné věnovat odpovídající čas i přednáškám rozšiřujícím teoretický základ, resp. ukazující i četné souvislosti s historií matematiky. Tak je také koncipován jednosemestrální blok matematiky a didaktiky matematiky pro učitele matematiky na středních školách a ve vyšších třídách gymnázií, který byl jako součást Projektu dalšího vzdělávání pedagogických pracovníků, předkládaného PdF ZČU Plzeň, akreditován ministerstvem školství. Počítá se s výukou tématicky rozdělenou do následujících bloků:

1. **Využití výpočetní techniky při výuce matematiky ve škole a v praxi** (60 hodin). Součástí tohoto bloku bude též exkurze na vybraná pracoviště ZČU (počítačové laboratoře, superpočítač).

2. **Některé algoritmy počítačové algebry** (20 hodin). Zde půjde o výše popsané roz -šíření teoretického základu.

3. **Historie matematiky** (10 hodin). Projekt dále počítá s dalšími bloky, a to

4. **Filozofické směry v matematice 20. století** (20 hodin) a

5. **O vyučování v matematice** (10 hodin).

Domnívám se dále, že ve vztahu k laické veřejnosti je rovněž nezbytné jasně uvádět, že matematika nemůže být zcela pokryta sebelepšími programy počítačové algebry, nelze ji zredukovat jen na algoritmickou stránku. Je totiž dobře známo, že existují i mnohé algoritmicky neřešitelné problémy (viz 10. Hilbertův problém). Počítačové programy jsou tudíž výbornými pomocníky, ale prostor pro tvůrčí práci v matematice zůstane navždy otevřen.

Literatura

[1] Wagon , S. : *Mathematica in Aktion*, Spektrum Akademischer Verlag GmbH

[2] Richardson, D.: *Some undecidable problems involving elementary funktions of a real variable*. The Journal of Symbolic Logic 33, 514-520.
[3] Davenport, J.H., Siret, Y.,Tournier, E.:*Computer Algebra*, London, Academic Press, 8.
[4] Salinger, D. L.: *The Mathematics of Computer Algebra Systems*. In: Computer

RNDr. Jaroslav Hora, CSc.
katedra matematiky
Pedagogická fakulta ZČU
Klatovská 51
320 13 Plzeň