

# POLARITA TVARU A VELIKOSTI NEJEN V GEOMETRII

Václav Sýkora

Pedagogická fakulta UK Praha

Geometrizace reálného světa má ve školské matematice mnohé rysy korespondující s definicí geometrie F.Kleina (1872). Studuje totiž invarianty strukturovaných množin geometrických zobrazení. Grupa podobných zobrazení má jako základní "nematematický" invariant pojem TVARU. Se separovanými modely objektů stejného tvaru, ale jiné velikosti se žáci setkávají v raném věku. Zajímá nás studium mechanismu osvojení tohoto pojmu, který je ve škole zařazován poměrně pozdě. Polarita pojmů TVAR a VELIKOST přitom tvoří významný prvek jak fylogeneze tak i ontogeneze lidské psychiky.

Cílem výzkumu je v první řadě prozkoumat mechanismus vývoje pojmu podobnost u žáka základní školy (věk 6 - 15 let).

Vnímání tvaru patří k základním aktivitám fylogeneze lidské psychiky. Je pravděpodobné, že naši předkové se orientovali v krajině podle tvaru (obzoru, stromů, apod.). Rozlišovali podle tvaru objekty nutné k přežití (zvěř, rostliny, atd.). Vnímání tvaru pro ně bylo existenční otázkou. Tvar představuje archetyp ve fylogenezi i ontogenezi lidské psychiky. Zajímavá je etymologie slova tvar. Ve slovanských i románských jazycích vychází ze základu TVOŘITI (latinsky FORMARE). Pro zajímavost: ze stejného základu vychází i český TVAROH (z něho německý QUARK) i francouzský FROMMAGE.

K prvním otázkám patří proto ontogeneze sémantiky slova TVAR. Jedenáctiletým a třináctiletým žákům základní školy a studentům prvního ročníku pedagogické fakulty (19 let) byla předložena otázka:

"Napiš, co si představuješ pod slovem TVAR. Uveď příklady vět, ve kterých se toto slovo vyskytuje. Místo vět můžeš kreslit obrázky a psát k nim vysvětlivky."

U jedenáctiletých žáků byla otázka ovlivněna tím, že šlo o hodinu matematiky. Převažují proto odpovědi: "Pod slovem tvar si představuji geometrické tvary". Zajímavá je vazba na separované modely geometrických pojmů. Tereza píše: "Když se řekne tvar trojúhelníku, tak si ho představuji jako list z javoru. Když se řekne čtverec, tak si představím kalendář. Když se řekne tvar obdélníka, tak si představím školní lavici". Eva píše: "Kolo je tvar a může to být také hlava. Kvádr je tvar - může být také televize. Čtverec je tvar - může být také okno".

Žáci ve věku 13 let se vyjadřují obecněji: "Kruhy mají stejný tvar. Všechny čtverce mají stejný tvar. Všechny krychle mají stejný tvar" (Hanka). Objevují se však i odpovědi: "Čtverec a obdélník mají podobný tvar. Rámy na obrazy, které prodávají vedle v krámě mají všechny stejné tvary" (Sandra). Pozoruhodné: "Některé fotografie mají stejný tvar. Některé slovní spoje mají stejný tvar" (Barbora). Synkretický (nerozlišující) charakter této etapy prokazují výpovědi: "Všechny kvádry

mají stejný tvar. Všechny válce mají stejný tvar" (Petra). Výpovědi žáků nasvědčují tomu, že do pojmového pole podobnosti byla v této etapě zahrnuta shodnost úhlů. Chybí doposud invariance poměru délek. Další výzkum prokáže, zda je tento postup charakteristický pro vývoj pojmu podobnost.

Studenti prvního ročníku vysoké školy vidí tvar v "určité podobě" nebo "určitém vzhledu". Prošli etapou učení (na střední škole), synkretická etapa ale není uzavřena: "Čtverec má stejný tvar jako kosočtverec", "Dva rovnoramenné trojúhelníky o různých rozměrech ramen mají stejný tvar", "Všechna tělesa, která mají stejný tvar jsou z geometrického hlediska shodná".

Analýza mechanismu vývoje pojmu podobnost musí patrně v první řadě přesně popsat charakteristiku ukončení synkretické etapy. Jde o selekci základních znaků vedoucích k rozlišení dvou nebo více geometrických objektů stejného tvaru, ale různé velikosti (shodnost úhlů, rovnost poměrů délek). Další výzkum je proto zaměřen na žáky ve věku 10-12 let. Žáci projdou etapou učení a budou identifikovat separované modely podobnosti. V další etapě budou tyto modely sami tvořit. V závěrečné fázi bude zjišťována schopnost žáků verbalizovat nové poznatky. Patří k ní i popis mechanismů interiorizace těchto poznatků.

#### **Abstract**

Václav Sýkora: Development of the concept "similarity" in school geometry.

In mathematics textbooks the pre-isometry (pre-symmetry) is introduced even at the primary school. Similarity (homotethy) are traditionally considered more difficult than isometry. However we can say, that separated models of geometrically similar objects are known by the pupils, through their everyday life, as frequently as separated models of geometrically isometric objects. It is clear that similarity cannot be explained to this age category of students as a geometrical transformation. The didactics of mathematics must set off from the polarity of the concepts of SHAPE and SIZE. Similarity represents a transformation of geometrical objects in which shape is kept, while size is changed. The whole domain of the perception of shape was largely investigated in the frame of Gestalt psychology. Less attention was devoted to the problems connected with shape as a polar concept, than to the concept of size in the group of six-eleven-year old students perception.

**RNDr. Václav Sýkora, CSc.**  
Pedagogická fakulta UK  
M.D. Rettigové 4  
110 00 Praha 1